

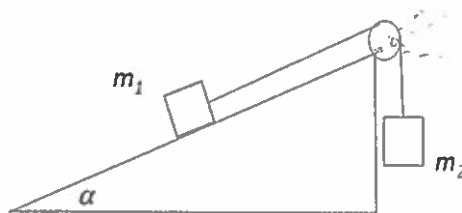
Eindtoets Mechanica 1 - 6 november 2015 - 13.30-16.30

- Gebruik *aparte vellen* voor opg. 1, opg. 2 + 3, en opg. 4
- Zet je *naam en studentnummer* op elk vel dat je inlevert
- Geef volledige uitwerkingen, sla geen stappen over
- Schrijf duidelijk en vermijd doorhalingen
- *Veel succes!*

Opgave 1. Newton (31 punten)

Situatie 1

Twee massa's zijn via een massaloze katrol en massaloos touw met elkaar verbonden. Het touw beweegt wrijvingsloos over de katrol. Massa m_1 staat op een helling met hoek α , en de wrijvingscoëfficiënt tussen m_1 en de helling is μ . Massa m_2 bevindt zich op hoogte h boven de vloer. Het systeem staat stil, maar als het losgelaten wordt begint m_2 naar beneden te bewegen. Druk bij onderstaande vragen je antwoord steeds uit in de gegeven grootheden en/of g .



- Teken krachtendiagrammen voor beide massa's in beweging, én stel de bijbehorende krachtvergelijkingen op. [7 punten]
- Leid een uitdrukking af voor de versnelling van beide massa's. [5]
- Bereken de snelheid waarmee m_2 de grond bereikt. [5]

Situatie 2

We beschouwen dezelfde situatie als boven, maar nu heeft de katrol een massa m_3 en een straal R , en het touw loopt zonder slippen over de katrol. Na loslaten beweegt m_2 weer naar beneden.

- Teken krachtendiagrammen voor de drie massa's in beweging, en stel de bijbehorende krachtvergelijkingen op. [7]
- Leid een uitdrukking af voor de hoekversnelling α van de katrol. [7]

Opgave 2. Botsing (12 punten)

Twee deeltjes met massa m en met snelheden v respectievelijk $2v$ bewegen onder een hoek van 60° naar elkaar toe. De deeltjes botsen, en na de botsing gaan ze als één deel verder.

- Welke behoudswetten gelden hier wel en niet? Motiveer je antwoord. [5]
- Bereken de grootte en de richting van de snelheid van het samengestelde deeltje ná de botsing. [7]

Opgave 3. Satelliet om planeet (21 punten)

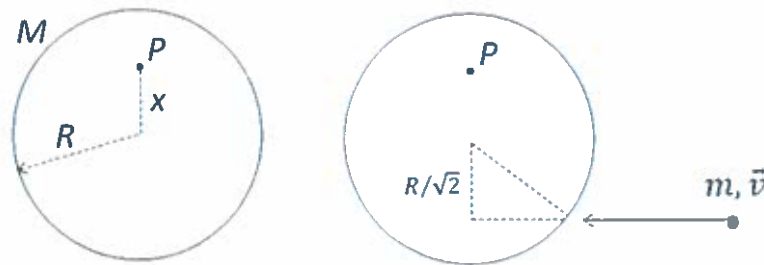
Een satelliet met massa m draait in een cirkelbaan met straal R rondom een planeet met massa M . De straal van de planeet is r . De gravitatieconstante is G .

- Leid uitdrukkingen af voor de snelheid v en de mechanische energie E van de satelliet, in de gegeven grootheden. [7]
- Hoeveel energie moet aan de satelliet toegevoegd worden om hem in een zodanige baan te brengen dat hij niet meer terugkeert naar de planeet? Verklaar je antwoord. [7]

De snelheid van de satelliet in de cirkelbaan wordt instantaan verlaagd met een factor b (de nieuwe snelheid wordt bv). De satelliet komt daardoor in een baan die op zijn kortste afstand tot de planeet rakelings over het oppervlak scheert.

- Laat zien dat $b = \sqrt{2r/(R+r)}$. [7]

Opgave 4. Pendel (36 punten)



Een platte schijf met massa M en straal R hangt rechtop tegen een wrijvingsloze muur. Het ophangpunt P bevindt zich op afstand x van het middelpunt. De schijf fungeert als een wrijvingsloze pendel (figuur links).

- Ga uit van een kleine amplitude, en laat zien dat de periode T van de pendel gegeven wordt door: $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + 2x^2}{2gx}}$. [7]
- Voor welke x , uitgedrukt in R , is de periode minimaal? [5]

Op een afstand $\frac{1}{2}\sqrt{2}R$ onder het middelpunt van de schijf wordt van opzij horizontaal een kogel met massa m en snelheid v in de schijf geschoten (figuur rechts). De massa van de kogel is te verwaarlozen t.o.v. die van de schijf ($m \ll M$). Door de inslag van de kogel gaat de pendel slingeren. Neem aan dat $x = \frac{1}{2}\sqrt{2}R$.

- Is de slingertijd groter, kleiner of gelijk aan de slingertijd in a)? Leg kort uit. [5]
- Welke behoudswetten gelden er bij deze inslag? Motiveer je antwoord. [5]
- Leid een uitdrukking af voor de hoeksnelheid ω van de pendel meteen na de inslag. Druk je antwoord uit in de gegeven grootheden. [7]
- Laat zien dat de verhouding tussen de mechanische energie vóór en ná de inslag gelijk is aan: $\frac{E_{na}}{E_{voor}} = \frac{2m}{M}$. [7]