

## Hertentamen Infinitesimaalrekening A (WISB132) 22 december 2009

- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt.
- Elke opgave telt voor tien punten. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 10.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen.

### Opgave 1.

- Stel  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is een injectieve functie die monotoon dalend is. Laat zien dat  $f$  strikt monotoon dalend is.
- Stel  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is strikt monotoon dalend. Is  $f$  surjectief? Zo ja, toon dit aan, zo nee geef een tegenvoorbeeld.

### Opgave 2.

We bekijken voor  $x > 0$ , de functies

$$f(x) = \frac{x - [x]}{x}, \quad g(x) = \frac{[x]}{x}$$

Hierin is  $[x]$  de entierfunctie van  $x$ .

Onderzoek  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  en  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ .

Als de limieten bestaan, toon aan dat ze bestaan en bepaal de waarden. Als een of beide niet bestaan, leg uit waarom niet.

### Opgave 3.

Laat door middel van geschikte Riemannsommen zien dat

$$\frac{11}{30} \leq \int_2^3 \frac{dx}{x} \leq \frac{9}{20}.$$

### Opgave 4.

Bepaal de lineaire benadering van de functie  $x \mapsto \log(\cos x)$  in het steunpunt  $\frac{\pi}{3}$ .

### Opgave 5.

Primitiveer de functies  $f$  en  $g$  voor een vaste  $a$ . Controleer je antwoorden.

$$f(x) = \frac{e^x}{1+e^{2x}}$$

$$g(x) = (x+a)\sin(2x-a)$$

### Opgave 6.

Bepaal de tweede-orde Taylorveelterm van  $x \mapsto \arctan(x)$  in het steunpunt 1.

Bepaal hiermee een benadering van  $\arctan(1.1)$  (je hoeft de getallen niet uit te werken) en laat zien dat de absolute waarde van de fout in deze benadering kleiner is dan  $\frac{1}{1000}$ .

### Opgave 7.

Bepaal alle complexe getallen  $z$  die voldoen aan  $iz(z+1) = (z-4)$ . Schrijf de getallen in de vorm  $a+bi$ . Controleer de antwoorden.

### Opgave 8.

Bepaal een differentieerbare functie  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  zodat:

$$xf'(x) = (1+x)f(x) \text{ en } f(1) = -1.$$

### Opgave 9.

Bepaal alle twee keer differentieerbare functies  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die voldoen aan de differentiaalvergelijking  $f''(x) + f'(x) + f(x) = x + 2$  en waarvoor geldt  $f(0) = 1$ .

### Opgave 10.

Bepaal  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin x}{x^2 \log(1+x)}$ .