

## Infinitesimaalrekening A (WISB132) 11 november 2010

Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt. Alle opgaven tellen even zwaar. Je hoeft alleen de eerste acht opgaven te maken, deze tellen elk voor tien punten. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 8. Met de negende opgave (bonusopgave) kun je maximaal tien punten extra verdienen, met dien verstande dat het totaalcijfer voor het tentamen nooit hoger dan 10 kan zijn.

Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen.

### Opgave 1.

Onderzoek de twee limieten:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x + \sin x}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x \sin x}.$$

Bepaal de limieten als ze bestaan, en leg de stappen in je redenering uit. Als een of beide niet bestaan, leg uit waarom niet.

### Opgave 2.

Primitiveer de functies  $f(x) = \sin(2x) \sin x$  en  $g(x) = x \log(x + 1)$ .

### Opgave 3.

Bepaal met behulp van een Taylorveelterm een rationaal getal  $y$  dat een benadering is in drie decimalen nauwkeurig van  $\log(1 \frac{1}{10})$ , dat wil zeggen zodat

$$|y - \log(1 \frac{1}{10})| < \frac{1}{2000}.$$

Laat ook zien dat jouw getal  $y$  de gevraagde nauwkeurigheid heeft.

### Opgave 4.

Bepaal alle complexe getallen  $z$  die voldoen aan  $z^2 - 2iz + i = 3z - 5$ .

Schrijf de getallen in de vorm  $a + bi$  waarbij  $a$  en  $b$  reële getallen zijn.

### Opgave 5.

Bepaal  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh 3x - 3 \sin x}{x \cdot (\cos x - 1)}$ , en beargumenteer ook waarom deze limiet de door jou aangegeven waarde heeft.

### Opgave 6.

Bepaal een tweemaal differentieerbare functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zodat  $f''(x) - 6f'(x) + 10f(x) = 10x + 14$  en  $f(0) = f'(0) = 0$ .

### Opgave 7.

Vind alle functies  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  die voldoen aan de differentiaalvergelijking  $f'(x)f(x) = 2$ .

### Opgave 8.

Definieer  $f : (1, \infty) \rightarrow (-2, \infty)$  door  $f(x) = x^3 - 3x$ . Je mag aannemen dat  $f$  surjectief is.

Toon aan dat  $f$  inverteerbaar is. We noemen de inverse  $g$  (deze hoeft niet expliciet te worden uitgerekend). Schets de grafieken van  $f$  en  $g$ . Bepaal  $g(2)$  en  $g'(2)$ .

### Opgave 9. (bonusopgave)

Bepaal  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_{\sqrt{3}}^x \frac{1}{t^4 - 1} dt$ .