

Tentamen Infinitesimaalrekening A

6 november 2014, 13.30 – 16.30 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier en vul op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer in.
- Zet op het eerste blad het nummer van je groep.
 - 1 (BBG 165/083) Henk Hietbrink, Menno de Boer
 - 2 (BBG 169/023) Barbara van den Berg, Adam Murray,
 - 3 (BBG 023/OL 260) Ragnar Groot Koerkamp, Tim de Jonge
 - 4 (BBG 017/175) Lars van den Berg, Brenda van Zalinge
 - 5 (BBG 071/075) Simon Stuij, Kijla van den Bogaerde
 - 6 (BBG 020) Charly Beulenkamp, Sander van der Post
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt.
- Je hoeft alleen de eerste zeven opgaven te maken, deze tellen elk voor tien punten, behalve opgave 4, die voor 15 punten telt. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7,5. Met de achtste opgave (bonusopgave) kun je maximaal tien punten extra verdienen, met dien verstande dat het tentamencijfer nooit hoger dan 10 kan zijn.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten of andere electronica gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen.
- *Veel succes!*

Opgave 1. Bepaal alle complexe getallen z die voldoen aan $(z - i)(z + 2i) = 1 - 3i$. Geef de getallen in de vorm $a + bi$ waarbij a en b rationale getallen zijn.

Opgave 2. (a) Bepaal $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x) - 2 \sin(2x)}{\sin(2x) - 2 \sin x}$.

(b) Bestaat $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cos(x^2) - x}{3x - 1}$? Zo ja, toon aan dat deze limiet bestaat en bepaal de waarde. Zo nee, leg uit waarom de limiet niet bestaat.

Opgave 3. Bepaal de tweede-orde Taylorveelterm van $f(x) = \sqrt{x}$ in het steunpunt 100, en bepaal hiermee benaderingen van $\sqrt{98}$ en $\sqrt{102}$.

Toon aan dat de fout in je benadering van $\sqrt{102}$ in absolute waarde kleiner is dan $\frac{1}{200.000}$ [d.w.z. de exacte waarde van $\sqrt{102}$ wijkt pas in de zesde decimaal af van je benadering].

Z.O.Z!!!!

Opgave 4 (15 punten)

(a) (6 punten) Primitiveer voor $x > 0$ de functie $f(x) = \cos(\sqrt{x})$. Controleer het antwoord door differentiëren.

(b) (9 punten) Bereken $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \sqrt{4-x^2} dx$.

Opgave 5. Bepaal alle differentieerbare functies $y(x)$ die gedefinieerd zijn op het domein $(0, \infty)$ en waarvoor geldt $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{3x} = 5x - 1$.

Opgave 6. Bepaal een tweemaal differentieerbare reële functie $y(x)$ zodat $y'' + 4y' + 13y = 13x^2 - 5x - 2$ voor alle x en tevens $y(0) = 4$ en $y'(0) = 0$.

Opgave 7. Stel voor alle reële getallen x $f(x) = 2x + \sin x$.

Laat zien dat f een inverse functie g heeft, en bepaal het domein van g .

Bepaal de lineaire benadering van g in het steunpunt 2π .

Bonusopgave. Opgave 8.

Primitiveer de functie $f(x) = \frac{1}{\sin 2x}$.

Hint: Bereken eerst $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$.

Ga na of de oneigenlijke integraal $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{\sin 2x}\right) dx$ convergeert en zo ja, bepaal de waarde.

Vergeet niet om thuis de digitale evaluatie in te vullen, alvast hartelijk dank!